

スペックル相関とデジタルホログラフィ

理化学研究所名誉研究員
山口一郎 YAMAGUCHI, Ichiro
(当協会 顧問／「波動光学の基礎」技術講座 講師／
光センシング技術部会 協力委員)

1. はじめに

スペックルはレーザー光で照らされた粗面から生ずる不規則な干渉模様である。大きな特徴として、その統計的な性質が通常の観察条件では粗面の微細構造には依らないことがある。このことを利用すると粗面の巨視的な形状や変形を完全に非接触で高感度計測できる。本論文ではスペックルの基本的な性質とその相関関数から変位や歪みを測定する方法を述べ、次に同じくレーザー光の干渉を使う姉妹技術に相当するデジタルホログラフィによる形状測定についても解説する。

2. スペックルの性質

2-1 スペックルの観察位置

スペックルの観察位置は粗面との関係により下図の回折界と像界に分かれる。

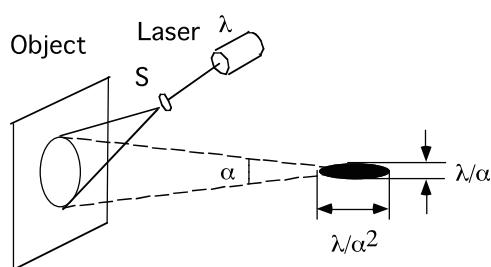


図 1 回折界のスペックルと最小径

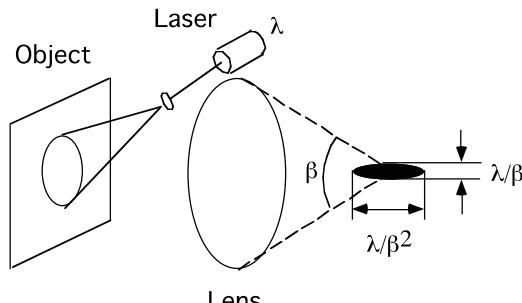


図 2 像界のスペックルと最少径

図 1 の回折界ではレーザービームを当てた粗面からの拡散反射光を直接観測し、図 2 の像界では結像系を介して結ばれる粗面の像を結ぶ。この時の結像系にはホログラフィも含まれる。回折界のスペックルは照射領域中の無数の散乱中心の組が形成するヤングの干渉縞が重ね合わせたものに相当し、その最も細かい空間周波数は照射ビームの広がり角を α 、波長を λ として λ/α で与えられる。一方像界のスペックルの最大周波数は、レンズ開口で取り込まれるスペックルの組みで形成されるヤング縞の重ねあわせから成り、その最も細かい構造はレンズ開口の広がり角 β について λ/β に等しい。

粗面でなければ、これらの空間周波数成分は一定の位相関係で重ね合わされ、照射ビームの広がり、または開口の回折像が形成される。しかし粗面においてはこの位相関係が不規則になり、スペックルが出現するのである。

波の干渉は位相差に比例するランダムな傾きを持ったベクトルの重ね合わせで表されるので、長さは振幅に比例するような、図 3 のランダムなウォークがモデルとなる。ベクトルの長さの分布は散乱光の振幅に比例し、粗面の照明領域で決まる。

Interference with Random Phase Difference

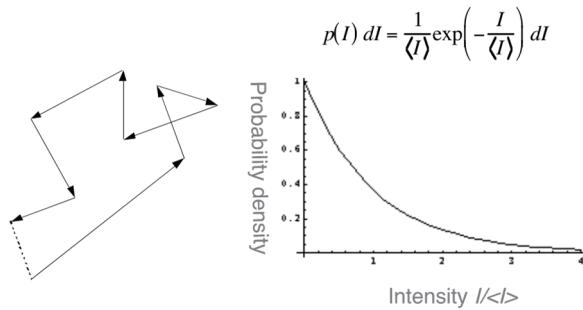


図3 ランダムウォークによるスペックルの形成と確率密度分布

2-2 スペックルの径の分布

スペックルの径の分布は、強度の自己相関関数またはそのフーリエ変換である Wiener spectrum で与えられ、特に後者は空間周波数分布を示す。粗面の表面粗さがビーム径または結像系の分解限度に比べて十分小さい時、スペックル径の分布は、以下に求める強度の自己相関関数によって評価される。まず図1の光学系で生じる回折界のスペックルの複素振幅はレーザー一点光源からの球面波が粗面で拡散反射し、観察面で重なり合って次のようになる。

$$U(\mathbf{R}) = \iint \sqrt{I_o(\mathbf{r})} \exp[i\phi(\mathbf{r})] \exp[ik\{L_A(\mathbf{r}) + L_B(\mathbf{r}; \mathbf{R})\}] d^2\mathbf{r} \quad (1)$$

ここで I_o は粗面上の強度分布、 ϕ は粗面の微視的な反射係数、 L_A は照射点光源から物体平均面までの距離、 L_B は物体の平均面から観測点までの距離である。

強度の自己相関に生ずる微視的な反射関数の相関関数を、次のようにデルタ関数で近似する。

$$\langle \exp[i\{\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r}')\}] \rangle = \delta^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2)$$

この近似は表面粗さの相関長がレーザービーム径に比べて十分細かく、かつ波長以上の時に有効である。積分を行なうと、強度の変動分の自己相関は次のようになる。

$$\langle \Delta I(\mathbf{R}) \Delta I(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \rangle = \left| \iint I_o(\mathbf{r}) \exp\left(\frac{ik\mathbf{R} \bullet \mathbf{r}}{L_o}\right) d^2\mathbf{r} \right|^2 \quad (3)$$

この式は回折界の場合はレーザー光の物体面上での強度分布 $I_o(x, y)$ の自己相関積分に等しく、その Wiener spectrum はその絶対値の 2 乗に等しい。したがってスペックルの大きさの分布は照射波面の形状には依らず、巨視的な強度分布にのみ依存する。

像界のスペックルでは瞳関数の絶対値の 2 乗の自己相関積分に等しく、Wiener spectrum は瞳関数の絶対値の 2 乗になる。それ故に像界のスペックルの大きさの分布は瞳の径にのみに依存し、結像系の収差とは無関係である。

2-3 スペックルの動特性

粗面が変位や変形を受けると、干渉しあう波の位相関係が変化するため、回折界のスペックルは変形しながら移動する。この際にビームの内側の粗面部分、レンズ開口で取り込まれる回折界のスペックルの部分が入れ替わるので、移動とともに変形が生ずる。後者は Decorrelation とも呼ばれる。

この振る舞いは前後の強度の間の相互相関関数 $\langle I_1(X, Y) I_2(X+X', Y+Y') \rangle$ によって解析される。簡単のために次のように書く。

$$\langle I_1(X, Y) I_2(X + X', Y + Y') \rangle = \langle I_1(\mathbf{R}) I_2(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \rangle \quad (4)$$

すると

$$\langle I_1(\mathbf{R}) I_2(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \rangle = \langle I_1(\mathbf{R}) \rangle \langle I_2(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \rangle + \left| U_1(\mathbf{R}) U_2^*(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \right|^2 \quad (5)$$

となる。ここで右辺の第2項が強度の揺らぎ成分 $\Delta I = I - \langle I \rangle$ の相互相関である。

$$\left| \langle U_1(\mathbf{R}) U_2^*(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \rangle \right|^2 = \langle \Delta I_1(\mathbf{R}) \Delta I_2(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \rangle \quad (6)$$

2-4 回折界のスペックル移動の検出

まず変形前の物体からの反射光の複素振幅は、点光源から物体点までの距離を $L_A(\mathbf{r})$ 、物体点から観測点までの距離を $L_B(\mathbf{r}; \mathbf{R})$ とすると

$$U_1(\mathbf{R}) = \iint \sqrt{I_o(\mathbf{r})} \exp[i\phi(\mathbf{r})] \exp[ik\{L_A(\mathbf{r}) + L_B(\mathbf{r}; \mathbf{R})\}] d^2\mathbf{r} \quad (7)$$

次に変形後では

$$U_2(\mathbf{R}) = \iint \sqrt{I_o(\mathbf{r} + \mathbf{a}_T)} \exp[i\phi(\mathbf{r})] \exp[ik\{L_A(\mathbf{r} + \mathbf{a}_T) + L_B(\mathbf{r} + \mathbf{a}_T; \mathbf{R})\}] d^2\mathbf{r} \quad (8)$$

ただし $L_A(\mathbf{r} + \mathbf{a}_T)$ は点光源 S から物体点までの距離、 $L_B(\mathbf{r} + \mathbf{a}_T; \mathbf{R})$ は物体点から観測点までの距離を表す。表面粗さの相関長がレーザービーム幅より十分細かく、平均高さがレーザー光の波長よりも大きい時には、微視的な振幅反射係数の自己相関は、(2)のようにデルタ関数で近似できる。これを代入して積分を実行する。最終的にスペックル強度の相互相関関数は次式のようにまとめられる。

$$\begin{aligned} & \langle U_1(\mathbf{R}) U_2^*(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \rangle = \\ & \iint \sqrt{I_o(\mathbf{r}) I_o(\mathbf{r} + \mathbf{a}_T)} \exp[ik\{L_A(\mathbf{r}) - L_A(\mathbf{r} + \mathbf{a}) + L_B(\mathbf{r}, \mathbf{R}) - L_B(\mathbf{r} + \mathbf{a}, \mathbf{R} + \mathbf{R}')\}] d^2\mathbf{r} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで変位については座標の1次微分までを残すと次の結果が得られる。座標系は図6のように示す。

$$\begin{aligned} A_x &= a_x \left(\frac{L_o \cos^2 \theta_s}{L_s \cos \theta_o} + \cos \theta_o \right) - a_z \left(\frac{L_o \cos \theta_s \sin \theta_s}{L_s \cos \theta_o} + \sin \theta_o \right) \\ &- L_o \left[\epsilon_{xx} \left(\frac{\sin \theta_s}{\cos \theta_o} + \tan \theta_o \right) - \Omega_y \left(\frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_o} + 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

および

$$A_y = a_y \left(\frac{L_o}{L_s} + 1 \right) - L_o \left[\epsilon_{xy} (\sin \theta_s + \sin \theta_o) - \Omega_x (\cos \theta_s + \cos \theta_o) - \Omega_z (\sin \theta_s + \sin \theta_o) \right] \quad (11)$$

像界のスペックルの移動も同様にして求めることができる。ただし光路差の展開は物体の原点のガウス像面 (X, Y) と焦点はずれ Z に関して行う。すると観測面上のスペックル移動 (X, Y, Z) はガウス像面に平行な成分の Z 依存性で表すことができる。像界のスペックル移動はガウス像面では物体の面内変位に比例し、焦点はずれ面では面内変位だけでなく、面外変位、回転、歪みの効果が加わることが導かれる。

2-5 変位成分の分離とスペックルひずみ計

変形の自由度がただ一つに限られているときはスペックルの移動方向にイメージ・センサーの軸を一致させておき、1次元のスペックル移動を検出して並進や回転の量を分離して検出できる。2次元のイメージ・センサーの場合は、この可能性はさらに増大する。一般の変形のように複数の変形が重なっている時には、複数のスペックル移動成分を同時に検出してそれらから連立方程式を解いて所用の変

形を求める。特に平行移動と回転の剛体変位と、歪みが重なっている場合には差動配置を使って歪みだけを分離することができる。

例としてスペックルひずみ計の配置を図4に示す。1本のビームを垂直に当て、対称に配置された2個の1次元イメージ・センサーを使って検出された2点でのスペックル移動の差を求める。

$$A_x(\theta) - A_x(-\theta) = -2L_o \epsilon_{xx} \tan \theta \quad (12)$$

ただし面外方向の並進成分は十分に小さいものとする。対称な位置に2本のレーザー・ビームを使い、それぞれのビームの同じ位置でのスペックル移動の差をとる方法もある。この配置では面外並進に対する制約は無い。これらのひずみ計は完全に非接触で試料の加工も要さない。熱膨張の測定や植物の短時間での成長の測定にも応用された。

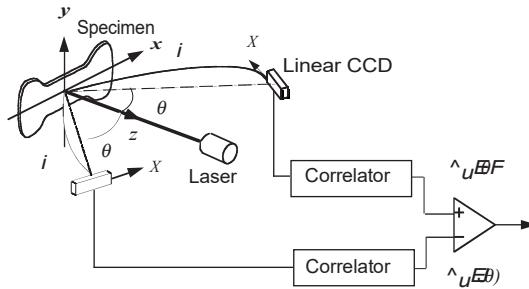


図4 レーザー・スペックルひずみ計

3. デジタル・ホログラフィによる表面形状測定

変位に分布がある場合には、像界のスペックル移動の分布を求めれば良い。この場合のスペックル移動は回折界の場合より複雑である。また複数位置での相互相関を求める必要がある。またスペックル移動は面内変位に敏感なので、面外変位の場合にはホログラフィ干渉法が適している。表面形状を求めるために半導体レーザーの電流による波長の変調を用いた2波長ホログラフィ干渉法を採用した。

撮像素子でデジタル記録される強度は次のようなになる。位相シフトデジタルホログラフィでは図5のようにピエゾ鏡にかける電圧により干渉計の位相差δを変える。

$$I_H(p, q, \delta) = |U_R \exp(i\delta) + U_O(p, q)|^2 \quad (13)$$

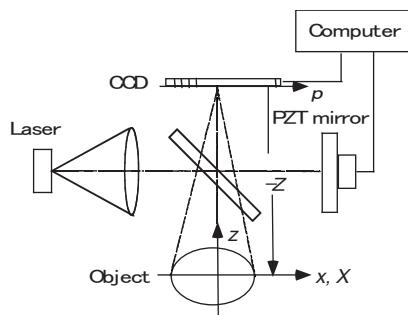


図5 位相シフトデジタルホログラフィの原理

3個の位相差 $\delta=0, \pi/2, \pi$ での干渉強度から物体光の複素振幅を求める。

$$U_O = \{I_H(0) - I_H(\pi) + i[I_H(0) - 2I_H(\pi/2) + I_H(\pi)]\} / U_R * \quad (14)$$

ただし物体面の座標は省略した。ここで物体の複素振幅分布をフーリエ変換する。

$$U_o(k_x, k_y) = \iint U_o(p, q) \exp\left[-i(k_x p + k_y q)\right] dp dq \quad (15)$$

これを angular spectrum 法を使って、逆変換することによって再生光の複素振幅の 3 次元分布が得られる。

$$U(X, Y, Z) = \iint U_o(k_x, k_y) \exp\left[i\left(Xk_x + Yk_y + Z\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}\right)\right] dk_x dk_y \quad (16)$$

次に形状測定への応用として、半導体レーザーの注入電流の変調による波長シフト使い、2 波長 $\lambda_a = 2\pi/k_a$, $\lambda_b = 2\pi/k_b$ を使ってホログラムを記録し、それぞれ記録と同じ波長で再生して位相の差を求めた。

$$\Delta\phi(x, y, -L) = \arg U_a(x, y, -L) - \arg U_b(x, y, -L) = \arg [U_a(x, y, -L) U_b^*(x, y, -L)] \quad (17)$$

その結果は

$$\Delta\phi(x, y, -L) = 2Kh(x, y) = 4\pi h(x, y) / \Lambda \quad (18)$$

となり、合成波長

$$\Lambda = 2\pi / 1(k_a - k_b) \quad (19)$$

で与えられる感度の等高線が得られる。空間平均による干渉縞のノイズ抑制法として従来の $\arg(U_1 U_2^*)$ に代わって、図 6 に示すように $\text{Re}(U_1 U_2^*)$ を採用し、表面荒さに近い高さ分解能が得られた。

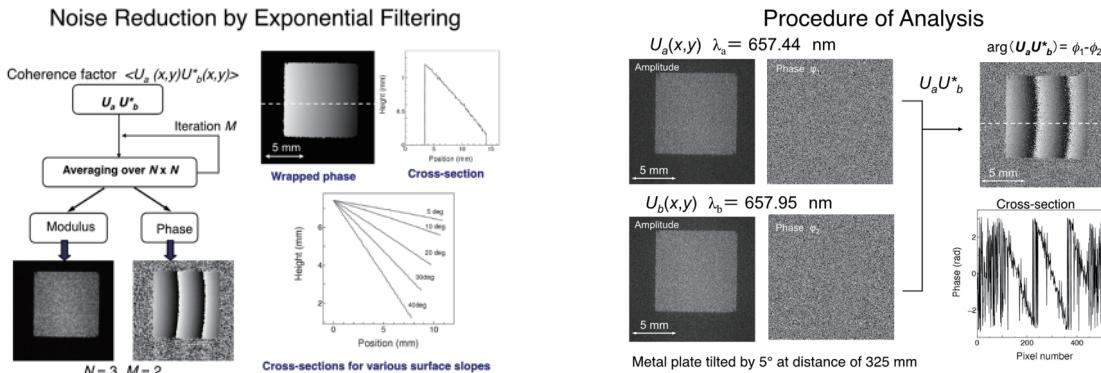


図 6 相互強度の平均 $\langle U_1 U_2^* \rangle$ によるスペックル抑制

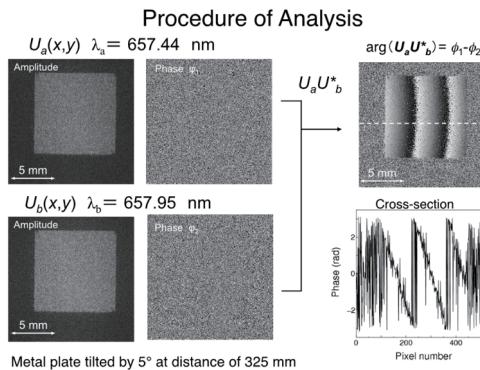


図 7 半導体レーザー変調の 2 波長 デジタル・ホログラフィによる 表面形状測定

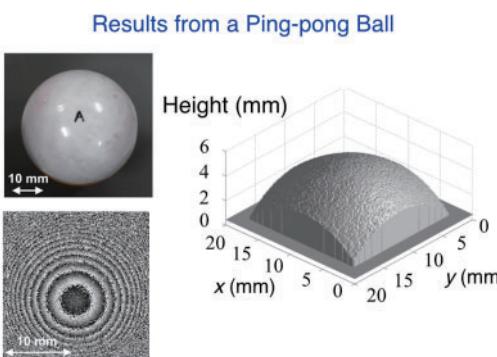


図 8 ピンポンボールの表面形状測定結果

4. おわりに

レーザー光の粗面からの干渉縞をデジタル記録し、処理することによって粗面の変形や表面形状を測定する方法を紹介した。粗面の反射光の位相の不規則性によって生ずるスペックル模様を利用する方法とその不規則性を打ち消す方法がある。スペックル法は変形による模様の動きを相關解析によって検出し、デジタルホログラフィは位相の変化の等高線を表示する。これらの方法では物体変形によるスペックルの役割が逆転している。空間平均による干渉縞のノイズ抑制法として従来のような強度に代わって複素コヒーレンスの平均を採用し、表面荒さに近い高さ分解能が得られた。